

Eesti LXV matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
30.novembril 2017.a. Tallinnas
X klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Tünni, mida saab täita kahe erineva kraani kaudu, oli jäänud 800 kg 10%-list lahust. Esimesest kraanist tuleb 5%-st lahust kiirusega 200 kg minutis ja teisest 12%-st lahust kiirusega 100 kg minutis. Tööline pidi avama korraga mõlemad kraanid, kuid avas ainult teise. Kaks minutit hiljem märkas ta oma viga ja avas ka esimese kraani. Mitu minutit pärast esimese kraani avamist on tünnis 8%-line lahus?
2. Leia kõik täisarvud a nii, et $a^2 + 4a + 9$ on täisarvu ruut.
3. Leia kõik täisarvude paarid (a, b) nii, et ruutvõrrandi $(a^2 + b^2)x^2 + ax - (3ab + b) = 0$ mõlemad lahendid on täisarvud.
4. Kaks rombi diagonaalidega 6cm ja 8 cm on asetatud üksteise peale nii, et nende diagonaalide lõikepunktid ühtivad ning ühe rombi pikem diagonaal asetseb samal sirgel teise rombi lühema diagonaaliga. Leia rombide ühise osa pindala.
5. Kas on võimalik ringjoonel paigutada 2017 positiivset täisarvu nii, et iga arv oleks kas kahe naaberarvu summaks või kahe naaberarvu vaheks?